

Calcul des déformations des fils élastiques

Fils hyperstatiques - Forces et couples concentrés

Déformations planes

Fil rond en acier

$$d := 0.6 \cdot \text{mm} \quad S := \pi \cdot \frac{d^2}{4} \quad E := 2 \cdot 10^5 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad G := \frac{E}{2.6} \quad \rho := 7.85 \cdot 10^3 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

➔ Référence : E:\Résonateur (TA)\Tables\Modules J, I et W des barres élastiques.mcd(R)

$$J_t := J_{t_circ}(d) \quad I_{22} := I_{f_circ}(d) \quad I_{33} := I_{22}$$

$$W_t := W_{t_circ}(d) \quad W'_t := W_t \quad W_{f2} := W_{f_circ}(d) \quad W_{f3} := W_{f2}$$

Caractéristiques de l'arc de cercle $R := 21 \cdot \text{mm} \quad \psi_{AB} := 75 \cdot \text{deg}$

Forces extérieures en bout d'arc $P := 0.2 \cdot \text{N} \quad \lambda_F := 45 \cdot \text{deg} \quad \psi_F := 40 \cdot \text{deg}$

$$F_x := P \cdot \cos(\lambda_F) \quad F_y := P \cdot \sin(\lambda_F) \quad F_z := 0 \cdot \text{N} \quad C_x := 0 \cdot \text{N} \cdot \text{mm} \quad C_y := 0 \cdot \text{N} \cdot \text{mm} \quad C_z := 2 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}$$

$$\mathbf{F} := \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} \quad |\mathbf{F}| = 0.2 \text{ N} \quad \mathbf{C} := \begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{pmatrix} \quad |\mathbf{C}| = 2 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

➔ Référence : E:\Résonateur (TA)\Fils et lames en arc de cercle\Arc de cercle E_L - F&C.mcd(R)

Valeur de tests transitoires $\alpha_m := 20 \cdot \text{deg}$

Torseur des forces de cohésion du système isostatique

$$\mathbf{MP}_c(\psi_F, \alpha) := \mathbf{M}_c(\psi_F, \alpha) \quad \mathbf{MP}_c(\psi_F, \alpha_m)^T = (0 \quad 0 \quad 0.591) \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Sollicitations

$$MP_t(\alpha) := M_t(\psi_F, \alpha) \quad MP_{f2}(\alpha) := M_{f2}(\psi_F, \alpha) \quad MP_{f3}(\alpha) := M_{f3}(\psi_F, \alpha)$$

$$MP_t(\alpha_m) = 0 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad MP_{f2}(\alpha_m) = 0 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad MP_{f3}(\alpha_m) = 0.591 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Contraintes $\sigma_P(\alpha) := \sigma_M(\psi_F, \alpha) \quad \sigma_P(\alpha_m) = 27.873 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Calcul des déplacements par les intégrales de Mohr

Position du déplacement désiré $\alpha_M := 65 \cdot \text{deg}$

Déplacement dans la direction de Ox $\delta_x(\psi_F, \alpha) := \delta_v(\psi_F, \alpha, 0, \frac{\pi}{2}) \quad \delta_x(\psi_F, \alpha_M) = -0.052 \text{ mm}$

Déplacement dans la direction de Oy $\delta_y(\psi_F, \alpha) := \delta_v(\psi_F, \alpha, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \quad \delta_y(\psi_F, \alpha_M) = -0.063 \text{ mm}$

Déplacement dans la direction de R $\delta_R(\psi_F, \alpha) := \delta_v(\psi_F, \alpha, \alpha_M, \frac{\pi}{2}) \quad \delta_R(\psi_F, \alpha_M) = -0.079 \text{ mm}$

Déplacement angulaire autour de l'axe normal au plan de l'arc

$$\theta_z(\psi, \alpha) := \theta_{fcv3}(\psi_F, \alpha, 0, 0) \quad \theta_z(\psi_F, \alpha_M) = 0.414 \text{ deg}$$

Calcul des déplacements par matrice de souplesse

➡ Référence :E:\Résonateur (TA)\Fils et lames en arc de cercle\Arc de cercle E_L - Matrice S.mcd(R)

$$\mathbf{T} := \begin{bmatrix} F_x \cdot N^{-1} & F_y \cdot N^{-1} & F_z \cdot N^{-1} & C_x \cdot (N \cdot m)^{-1} & C_y \cdot (N \cdot m)^{-1} & C_z \cdot (N \cdot m)^{-1} \end{bmatrix}^T$$

$$\Delta(\psi_F, \alpha) := \mathbf{S}_F(\psi_F, \alpha) \cdot \mathbf{T}$$

$$\delta_1(\psi_F, \alpha) := \Delta(\psi_F, \alpha)_1 \cdot m \quad \delta_2(\psi_F, \alpha) := \Delta(\psi_F, \alpha)_2 \cdot m \quad \theta_3(\psi_F, \alpha) := \Delta(\psi_F, \alpha)_6 \quad \mu m := 10^{-3} \cdot mm$$

$$\delta_1(\psi_F, \alpha_m) = 4.766 \mu m \quad \delta_1(\psi_F, \psi_F) = -0.012 mm \quad \delta_1(\psi_F, \alpha_M) = -0.052 mm \quad \delta_1(\psi_F, \psi_{AB}) = -0.061 mm$$

$$\delta_2(\psi_F, \alpha_m) = 0.885 \mu m \quad \delta_2(\psi_F, \psi_F) = -0.011 mm \quad \delta_2(\psi_F, \alpha_M) = -0.063 mm \quad \delta_2(\psi_F, \psi_{AB}) = -0.088 mm$$

$$\theta_3(\psi_F, \alpha_m) = -0.01 \text{ deg} \quad \theta_3(\psi_F, \psi_F) = 0.414 \text{ deg} \quad \theta_3(\psi_F, \alpha_M) = 0.414 \text{ deg} \quad \theta_3(\psi_F, \psi_{AB}) = 0.414 \text{ deg}$$

Torseur des forces de cohésion du système isostatique

Matrice de souplesse du fil AB $\mathbf{S}_{AB} := \mathbf{S}_F(\psi_{AB}, \psi_{AB})$

Calcul des réactions du système hyperstatique encastré - encastré

$$\mathbf{R} := -(\mathbf{S}_{AB}^{-1}) \cdot \Delta(\psi_F, \psi_{AB}) \quad R_x := \mathbf{R}_1 \cdot N \quad R_y := \mathbf{R}_2 \cdot N \quad \Gamma_z := \mathbf{R}_6 \cdot N \cdot m$$

$$R_x = -0.185 N \quad R_y = 0.255 N \quad \Gamma_z = 0.671 N \cdot mm$$

$$F_x := R_x \quad F_y := R_y \quad F_z := 0 \cdot N \quad C_x := 0 \cdot N \cdot mm \quad C_y := 0 \cdot N \cdot mm \quad C_z := \Gamma_z$$

➡ Référence :E:\Résonateur (TA)\Fils et lames en arc de cercle\Arc de cercle E_L - F&C.mcd(R)

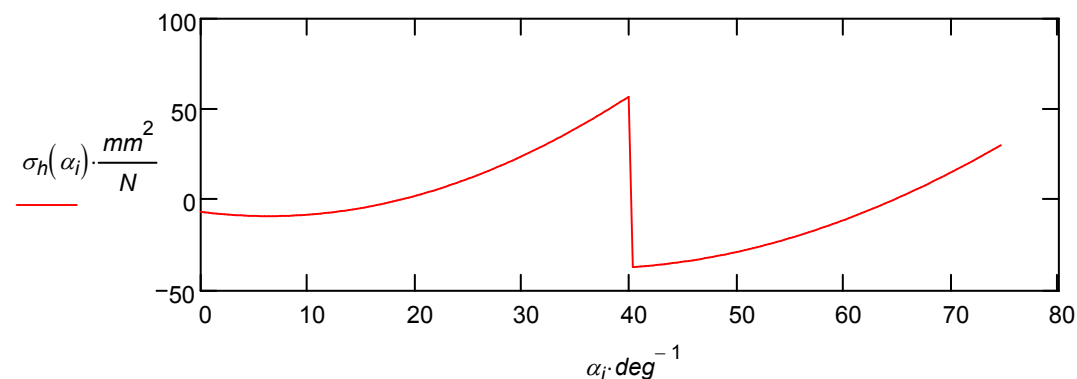
Sollicitations

$$MR_{f3}(\alpha) := M_{f3}(\psi_{AB}, \alpha) \quad Mh_{f3}(\alpha) := MP_{f3}(\alpha) + MR_{f3}(\alpha)$$

$$Mh_{f3}(0) = -0.135 N \cdot mm \quad Mh_{f3}(\psi_F) = 1.217 N \cdot mm \quad Mh_{f3}(.9999 \cdot \psi_{AB}) = 0.67 N \cdot mm$$

Contraintes

$$\sigma_R(\alpha) := \sigma_M(\psi_{AB}, \alpha) \quad \sigma_h(\alpha) := \sigma_P(\alpha) + \sigma_R(\alpha) \quad n := 201 \quad i := 1 \dots n \quad \alpha_i := (i - 1) \cdot \frac{\psi_{AB}}{n}$$



Déformations de l'arc encastré - encastré

$$\Delta_R(\psi_{AB}, \alpha) := \mathbf{S}_F(\psi_{AB}, \alpha) \cdot \mathbf{R} \quad \Delta_h(\alpha) := \Delta(\psi_F, \alpha) + \Delta_R(\psi_{AB}, \alpha)$$

$$\delta_{1h}(\alpha) := \Delta_h(\alpha)_1 \cdot m \quad \delta_{2h}(\alpha) := \Delta_h(\alpha)_2 \cdot m \quad \theta_{3h}(\alpha) := \Delta_h(\alpha)_6$$

$$\delta_{1h}(\alpha_m) = 3.225 \mu m \quad \delta_{1h}(\alpha_M) = -0.845 \mu m \quad \delta_{1h}(\psi_F) = 1.579 \mu m \quad \delta_{1h}(\psi_{AB}) = 0 mm$$

$$\delta_{2h}(\alpha_m) = 0.747 \mu m \quad \delta_{2h}(\alpha_M) = -2.174 \mu m \quad \delta_{2h}(\psi_F) = -0.969 \mu m \quad \delta_{2h}(\psi_{AB}) = 0 mm$$

$$\theta_{3h}(\alpha_m) = -0.042 deg \quad \theta_{3h}(\alpha_M) = -0.055 deg \quad \theta_{3h}(\psi_F) = 0.142 deg \quad \theta_{3h}(\psi_{AB}) = 0 deg$$

Graphe de la déformation

$Ag := 1000$ **facteur d'agrandissement**

➔ Référence : E:\Résonateur (TA)\Fils et lames en arc de cercle\Définition Atan.mcd(R)

$$n := 201 \quad i := 1..n \quad \alpha_i := \frac{\psi_{AB}}{n-1} \cdot (i-1) \quad x_0(\alpha) := R \cdot \cos(\alpha) \quad y_0(\alpha) := R \cdot \sin(\alpha) \quad r_0(\alpha) := \sqrt{x_0(\alpha)^2 + y_0(\alpha)^2}$$

$$x_d(\alpha) := x_0(\alpha) + Ag \cdot \delta_{1h}(\alpha) \quad y_d(\alpha) := y_0(\alpha) + Ag \cdot \delta_{2h}(\alpha) \quad r_d(\alpha) := \sqrt{x_d(\alpha)^2 + y_d(\alpha)^2}$$

$$\beta_i := \text{Atan}(x_d(\alpha_i), y_d(\alpha_i)) \quad \beta_1 = 0 deg \quad \beta_n = 75 deg$$

